

方程式 $2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 21 = 0$... ① がある。

(1) 方程式①を解け。

<解き方> $2^x = t$ とおく $2^x > 0$ より $t > 0$
 $(2^x)^2 - 10 \cdot 2^x + 21 = 0$ ↑
文字をおきかえるときは
必ず確認!
 $t^2 - 10t + 21 = 0$

$(t-3)(t-7) = 0$

$t = 3, t = 7$ ($t > 0$ より適当) ← 確認!

① $t = 3$ のとき

$2^x = 3$

両辺に2を底とする対数をとる

$\log_2 2^x = \log_2 3$

$x \cdot \log_2 2 = \log_2 3$

$x = \log_2 3$

$\log_2 2 = 1$ より
 \log_2 を作るための
 ある

② $t = 7$ のとき

$2^x = 7$

同様に

$\log_2 2^x = \log_2 7$

$x \log_2 2 = \log_2 7$

$x = \log_2 7$

$\therefore x = \log_2 3, \log_2 7$

(2) 方程式①のすべての解の和を S とする。
 S の整数部分を求めよ。

<解き方>

x の解は (1) より $\log_2 3$ と $\log_2 7$

二つの和を S とすると...

$S = \log_2 3 + \log_2 7$

ここで...

「対数の性質」に着目しよう **超重要公式!**

対数の積 \rightarrow 和に分解

$\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$

二つの式を利用すると...

$\log_2 3 + \log_2 7 = \log_2 3 \cdot 7 = \log_2 21$

この式の整数部分を求めよう

$\log_2 21 = M$ とおく

超重要公式!

指数と対数の関係

$a^x = b \Rightarrow x = \log_a b$

二式を利用すると

$2^M = 21$

と書きかえることができる

$16(2^4) < 21 (= 2^M) < 32(2^5)$

という不等式を作ることができる

$2^4 < 2^M < 2^5$

$\therefore 4 < M < 5$ \therefore 整数部分 4