

方程式  $2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 21 = 0$  ... ① がある。

(1) 方程式①を解け。

<解き方>  $2^x = t$  とおく  $2^x > 0$  より  $t > 0$   
 $(2^x)^2 - 10 \cdot 2^x + 21 = 0$   
 $t^2 - 10t + 21 = 0$

$(t-3)(t-7) = 0$

$t = 3, t = 7$  ( $t > 0$  より適当) 確認!

①  $t = 3$  のとき

$2^x = 3$

両辺に2を底とする対数をとる

$\log_2 2^x = \log_2 3$

$x \cdot \log_2 2 = \log_2 3$

$x = \log_2 3$

②  $t = 7$  のとき

$2^x = 7$

同様に

$\log_2 2^x = \log_2 7$

$x \log_2 2 = \log_2 7$

$x = \log_2 7$

$\therefore x = \log_2 3, \log_2 7$

(2) 方程式①のすべての解の和を  $S$  とする。  
 $S$  の整数部分を求めよ。

<解き方>

$x$  の解は (1) より  $\log_2 3$  と  $\log_2 7$

二つの和を  $S$  とすると...

$S = \log_2 3 + \log_2 7$

ここで...

「対数の性質」に着目しよう **超重要公式!**

対数の積  $\rightarrow$  和に分解

$\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$

二つの式を利用すると...

$\log_2 3 + \log_2 7 = \log_2 3 \cdot 7 = \log_2 21$

この値の整数部分を求めよう

$\log_2 21 = M$  とおく

**超重要公式!**

指数と対数の関係

$a^x = b \Rightarrow x = \log_a b$

二式を利用すると

$2^M = 21$

と書きかえることができる

$16(2^4) < 21 (= 2^M) < 32(2^5)$

という不等式が成り立つ

$2^4 < 2^M < 2^5$

$\therefore 4 < M < 5$   $\therefore$  整数部分 4