2年生「進研模試」11月 2018年

B6 ・積分法（数Ⅱ）（20点）

関数 $f(x)=2x^3+3kx^2-12k^2x+16k^2-4k$ がある。ただし、kは定数とする。

(1) $f'(x)=0$ を満たす x を k を用いて表せ。（4点）

＜解答・解説＞

$f(x)$ を微分し、$f'(x)$ を求めよう

$f(x)=2x^3+3kx^2-12k^2x+16k^2-4k$

$f'(x)=6x^2+6kx-12k^2=0$

$x^2+kx-2k^2=0$

$(x+2k)(x-k)=0$

$x=-2k,\ k$ …（答）

(2) $k>0$ のとき、$f(x)$ の極値を求めよ。（7点）

＜解説・解答＞

(1)より $f'(x)=0$ の解は $x=-2k$ と k

$k>0$ より $-2k<k$ である

このことから $x=-2k$ の時に極大値、$x=k$ のときに極小値を示すことがわかる

それでは増減表を書いてみよう

x	…	$-2k$	…	k	…
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	(a)	↘	(b)	↗

(a) $x=-2k$ のとき

$f(-2k)=2\cdot(-2k)^3+3k(-2k)^2-12k\cdot(-2k)+16k^2-4k$

$=-16k^3+12k^3+24k^3+16k^2-4k$

$=20k^3+16k^2-4k$

(b) $x=k$ のとき

$f(k)=2k^3+3k^3-12k^3+16k^2-4k$

$=-7k^3+16k^2-4k$

∴ 極大値 $20k^3+16k^2-4k$

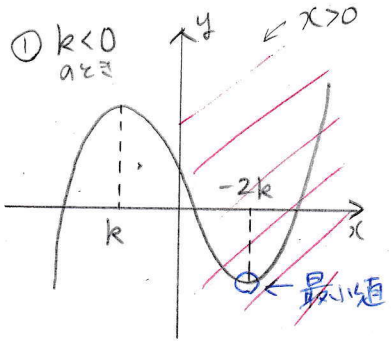
極小値 $-7k^3+16k^2-4k$

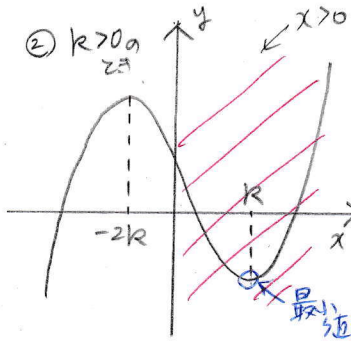
(3) $k\neq0$ とする、$x>0$ の範囲内において、$f(x)$ の最小値が0となるような定数kの値を求めよ。（9点）

＜解説・解答＞

$f(x)$ のグラフの概形を書いてみよう

① $k<0$ のときと ② $k>0$ のときに分かれる





どちらの場合にせよ、極値が正負に分かれることから、極小値が最小値を示している

（$x>0$ における最小値）

① $k<0$ のときは

$x=-2k$ のときが極小値

$f(-2k)=20k^3+16k^2-4k=0$

$5k^3+4k^2-k=0$

$k(5k^2+4k-1)=0$

$k(5k-1)(k+1)=0$

$k=-1,\ \frac{1}{5},\ 0$

$k<0$ より $k=-1$

② $k>0$ のときは

$x=k$ のときが極小値.

$f(k)=-7k^3+16k^2-4k=0$

$7k^3-16k^2+4k=0$

$k(7k-2)(k-2)=0$

$k=0,\ \frac{2}{7},\ 2$

$k>0$ より, $k=\frac{2}{7},\ 2$.

①, ② より

$k=-1,\ \frac{2}{7},\ 2$