

年生「進研模試」1月 2021年

5 確率 (20点)

2つの袋A, Bがあり. 袋Aには青玉2個, 赤玉2個, 白玉2個の合わせて6個の玉が入っており. 袋Bには青玉1個, 赤玉2個, 白玉3個の合わせて計6個の玉が入っている. 袋Aから玉を2個取り出し. 袋Bから玉を1個取り出す.

(1) 袋Aから取り出した2個の玉がいずれも白玉である確率を求めよ.

<解説・解答>

分母は全通り
 全通りは、「6個の中から2個取り出す」組み合わせだから...

$${}^6C_2 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$$

分子は「白玉が2個出る」組み合わせ. 2個の中から2個取り出すから.

$${}^2C_2 = 1$$

$$\therefore \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{15} \times 1 = \frac{1}{15} \quad \text{答}$$

袋Bは条件がなから全通り. して "1"

(2) 2つの袋から取り出した3個の玉がすべて白玉である確率を求めよ. また, 取り出した3個の玉の中に青玉が1個だけ含まれる確率を求めよ.

<解説・解答>

まず, 3個とも白玉である確率を求める.

袋Aから白玉2個の袋Bから白玉1個. とする. ① ②

①は(1)より $\frac{1}{15}$

②は... 分母 \Rightarrow 6個のうちから1個取り出す ${}^6C_1 = 6$.

分子 \Rightarrow 3個のうちから1個取り出す ${}^3C_1 = 3$.

したがって②の確率は $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

①, ②は同時に起こるから, 積事象.

$$\frac{1}{15} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{30} \quad \text{答}$$

次に青玉が1個含まれる確率を求める.

- ① 袋Aから青が1つ出る
- ② 袋Bから青が1つ出る

① 袋Aから青が出る.

分母は 15.

分子は, 青が1つ. 残りは白でも赤でもよい.

青は2個のうち1つだから, ${}^2C_1 = 2$.

残りは赤2, 白2から1つ ${}^4C_1 = 4$.

$\therefore 2 \times 4 = 8$. $\frac{8}{15}$... ①-a.

袋Bは青以外が出る

分母は 6.

分子は, 赤2, 白3から1つ... ${}^5C_1 = 5$.

$$\therefore \frac{5}{6} \dots \textcircled{1-b}$$

①-a, b 2つは同時に起こるから

$$\frac{4}{15} \times \frac{5}{3} = \frac{4}{9} \dots \textcircled{1c}$$

② 袋Bから青が1個出る

袋B ... 青が1個

分母は6

分子は青1個のうち1個出る

$$\dots {}_1C_1 = 1$$

$$\therefore \frac{1}{6} \dots \textcircled{2-a}$$

袋A ... 青以外から赤2、白2から2つ
取り出す

分母は15

分子は4個のうち2つ

$$\therefore {}_4C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$$

$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5} \dots \textcircled{2-b}$$

②-a, b 2つは同時に起こるから

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{15} \dots \textcircled{2-c}$$

①-c, ②-c 2つ

2つは同時に起こるから、和事象

$$\therefore \frac{4}{9} + \frac{1}{15} = \frac{20+3}{45} = \frac{23}{45} \text{ (答) ②}$$

(3) 2つの袋A, Bから取り出した3個の色が2色である確率を求めよ。

<解説・解答>

余事象を求める
別解あり

①青・白 ②青・赤 ③赤・白の3通り

①青・白

- ①-a [A:青・白 B:青]
- ①-b [A:青・白 B:白]
- ①-c [A:青・青 B:白]
- ①-d [A:白・白 B:青]

①-a [A:青・白 B:青]

$$A: \frac{{}_2C_1 \cdot {}_2C_1}{15} = \frac{4}{15}$$

$$B: \frac{{}_1C_1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{45}$$

②-b [A:青・白 B:白]

$$A: \frac{4}{15}$$

$$B: \frac{{}_3C_1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{15}$$

①-c [A:青・青 B:白]

$$A: \frac{{}_2C_2}{15} = \frac{1}{15}$$

$$B: \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{30}$$

①-d [A:白·白 B:青]

$$A: \frac{{}_2C_2}{15} = \frac{1}{15}$$

$$B: \frac{1}{6}$$

$$\therefore \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{90}}}$$

①-a, b, c, d 24

$$\frac{2}{45} + \frac{2}{15} + \frac{1}{30} + \frac{1}{90}$$

$$= \frac{4+12+3+1}{90} = \frac{20}{90} = \underline{\underline{\frac{2}{9}}}$$

②青·赤

- ②-a [A:青·赤 B:青]
- ②-b [A:青·赤 B:赤]
- ②-c [A:青青 B:赤]
- ②-d [A:赤·赤 B:青]

②-a [A:青·赤 B:青]

$$A: \frac{{}_2C_1 \cdot {}_2C_1}{15} = \frac{4}{15}$$

$$B: \frac{{}_1C_1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{6} = \underline{\underline{\frac{2}{45}}}$$

②-b [A:青·赤, B:赤]

$$A: \frac{4}{15}$$

$$B: \frac{{}_2C_1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{4}{45}}}$$

②-c [A:青青 B:赤]

$$A: \frac{{}_2C_2}{15} = \frac{1}{15}$$

$$B: \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{1}{45}}}$$

②-d [A:赤·赤, B:青]

$$A: \frac{{}_2C_2}{15} = \frac{1}{15}$$

$$B: \frac{1}{6}$$

$$\therefore \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{90}}}$$

②-abcd 24

$$\frac{2}{45} + \frac{4}{45} + \frac{1}{45} + \frac{1}{90}$$

$$= \frac{4+8+2+1}{90} = \frac{15}{90} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$$

③赤·白

- ③-a [A:赤·白 B:赤]
- ③-b [A:赤·白 B:白]
- ③-c [A:赤·赤 B:白]
- ③-d [A:白·白 B:赤]

③-a [A:赤·白 B:赤]

$$A: \frac{{}_2C_1 \cdot {}_2C_1}{15} = \frac{4}{15}$$

$$B: \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{4}{45}}}$$

③-b: [A:赤・白, B:白]

$$A = \frac{4}{15}$$

$$B = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{15}$$

③-c: [A:赤・赤, B:白]

$$A = \frac{{}_2C_2}{15} = \frac{1}{15}$$

$$B = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{30}$$

③-d [A:白・白, B:赤]

$$A = \frac{1}{15}$$

$$B = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{45}$$

③-abcd

$$\frac{4}{45} + \frac{2}{15} + \frac{1}{30} + \frac{1}{45}$$

$$= \frac{8+12+3+2}{90}$$

$$= \frac{25}{90} = \frac{5}{18}$$

①. ②. ③より

$$\frac{2}{9} + \frac{1}{6} + \frac{5}{18} = \frac{4+3+5}{18}$$

$$= \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

(3)の別解

色の出方は.

① 1色 ② 2色 ③ 3色 とある.

①と③は計算がラク. ②は計算の複雑さがある. 余事象の考え方をを用いて.

1 - (①の確率 + ③の確率)

を求める.

① 1色

①-a 全部青.

$$\left\{ \begin{array}{l} A: \frac{{}_2C_2}{15} = \frac{1}{15} \\ B: \frac{1}{6} \end{array} \right. \quad \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{90}$$

①-b 全部赤.

$$\left\{ \begin{array}{l} A: \frac{1}{15} \\ B: \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{array} \right. \quad \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{45}$$

①-c: 全部白

$$\left\{ \begin{array}{l} A: \frac{1}{15} \\ B: \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \end{array} \right. \quad \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{30}$$

①-abcd

$$\frac{1}{90} + \frac{1}{45} + \frac{1}{30} = \frac{1+2+3}{90} = \frac{6}{90}$$

$$= \frac{1}{15}$$

② 3色

* 先にBを決めると早い.

- ② a. B: 青 A: 赤白.
- ② b. B: 赤 A: 青白.
- ② c. B: 白 A: 青赤.

② a. A: 赤白 B: 青

$$\left(\begin{array}{l} A: \frac{2 \cdot 2}{15} = \frac{4}{15} \\ B: \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{45} \end{array} \right.$$

② b. A: 青白 B: 赤

$$\left(\begin{array}{l} A: \frac{4}{15} \cdot \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{45} \\ B: \frac{1}{3} \end{array} \right.$$

② c. A: 青赤 B: 白

$$\left(\begin{array}{l} A: \frac{4}{15} \cdot \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{15} \\ B: \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

② abc 24

$$\frac{2}{45} + \frac{4}{45} + \frac{2}{15} = \frac{2+4+6}{45} = \frac{12}{45} = \frac{4}{15}$$

①. ③ 24

$$\frac{1}{15} + \frac{4}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

⇒ 50% B²
 50% A²
 30% B² ~