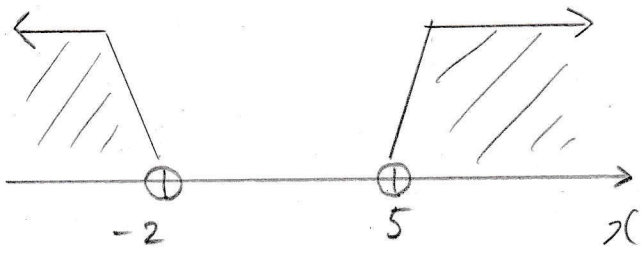
(1) 不等式①を解け.

<解説・解答>

$x^2-3x-10>0$

$(x-5)(x+2)>0$

$x<-2,\ 5<x$



[答] $x<-2,\ 5<x$

(2) ①, ②をともに満たす整数解が存在しないようaの値の範囲を求めよ。

<解説・解答>

まずは, ②の不等式を解こう

$3x^2-2(a+4)x+6a-3<0$

$3x^2-(2a+8)x+3(2a-1)<0$

$$\begin{array}{rcl} 3 & & -(2a-1) \\ 1 & \times & -3 \end{array} \quad \begin{array}{l} -2a+1 \\ -9 \end{array}$$

$-2a-8$

$(3x-2a+1)(x-3)<0$

$x=\frac{2a-1}{3},\ 3$

大, 小がわからない場合分けして求めよう

$\frac{2a-1}{3}<3$ のとき $\frac{2a-1}{3}<x<3$

$\frac{2a-1}{3}>3$ のとき $3<x<\frac{2a-1}{3}$

$\frac{2a-1}{3}=3$ のときは不等式成り立たず…

② $\frac{2a-1}{3} < 3$.

$a < 5$ より…

$a<5$ のとき. $\frac{2a-1}{3} < x < 3$.

$a>5$ のとき. $3 < x < \frac{2a-1}{3}$.

$a \neq 5$.

① $x<-2,\ 5<x$

② $a<5$ のとき. $\frac{2a-1}{3} < x < 3$

$a>5$ のとき $3 < x < \frac{2a-1}{3}$

①.② をともに満たす整数解が存在しないように…

〈手順1〉数直線を書く

〈手順2〉$\frac{2a-1}{3}$ の配置を決める.

〈手順3〉不等号の精査 (< or ≦) をする.

↑ これらを手早く、正確に行おう!

〈手順1~3〉を 場合分けして ($a<5$ と $a>5$) 行うこと!

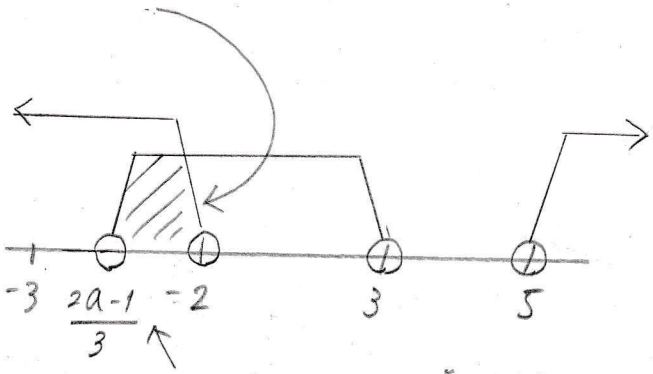
〈1〉 $a>5$ のとき.

〈手順1〉数直線を書く

① $x<-2,\ 5<x$.

② $\frac{2a-1}{3} < x < 3$.

整数解が存在しないように…



一つが含まれなければよい訳ら

〈手順2〉$\frac{2a-1}{3}$ の配置を決める.

$-3 < \frac{2a-1}{3}$

〈手順3〉不等号の精査 (< or ≦) をする.

$-3 < \frac{2a-1}{3}$

$-3 \leqq \frac{2a-1}{3}$

← どちらが正しいか調べよう

調べ方 ↓ $-3 = \frac{2a-1}{3}$

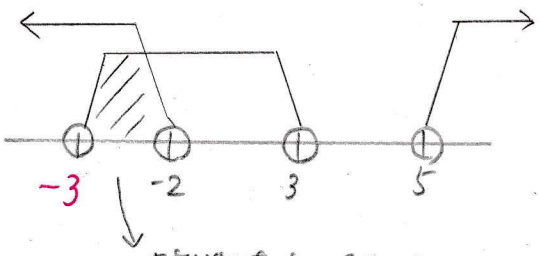
↳ このとき 条件を満たすか確認

整数解が存在しないこと

$\frac{2a-1}{3} < x < 3$

↑ -3を代入する

$-3 < x < 3$ となる．条件満たすか!?



整数解が存在しない！

∥

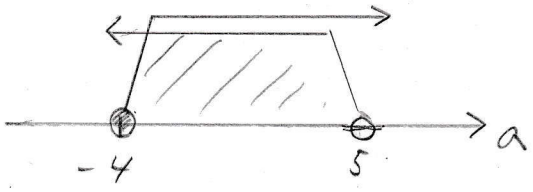
条件適合!!

∴ $-3 = \frac{2a-1}{3}$ は満たす！

∴ $-3 \leqq \frac{2a-1}{3}$

$-4 \leqq a$

また，$a > 5$ のとき だから，



$-4 \leqq a < 5$

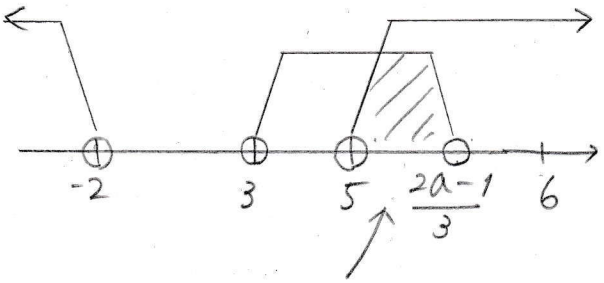
<2> $a < 5$ のとき．

<手順1> 数直線を書く

① $x < -2$，$5 < x$

② $3 < x < \frac{2a-1}{3}$

整数解が存在しないように…



6が含まれなければよいから…

<手順2> $\frac{2a-1}{3}$ の配置を決める．

$\frac{2a-1}{3} < 6$

<手順3> 不等号の精査（$<$ or $\leqq$）をする．

$\frac{2a-1}{3} < 6$

$\frac{2a-1}{3} \leqq 6$

← どちらが正しいか調べよう！

調べ方

$\frac{2a-1}{3} = 6$

↓

このとき，条件を満たすも確認

整数解が存在しないこと

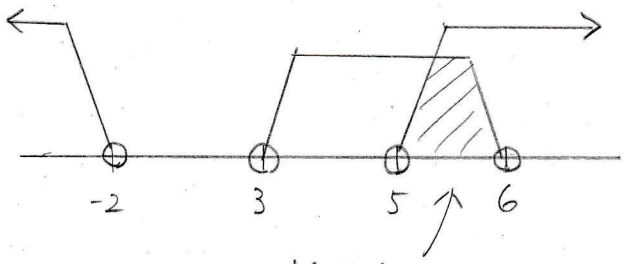
$3 < x < \frac{2a-1}{3}$

↑ 6を代入．

$3 < x < 6$

条件を満たすか!?

④



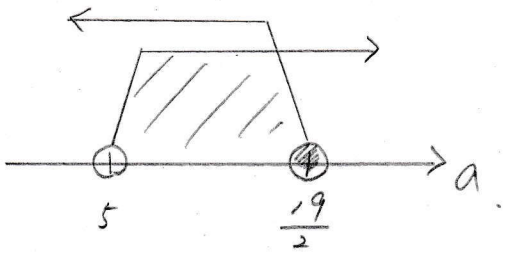
整数解存在していない！
条件適合！！

$\frac{2a-1}{3}=6$ は満たす！

$\frac{2a-1}{3} \leqq 6$ が正しい。

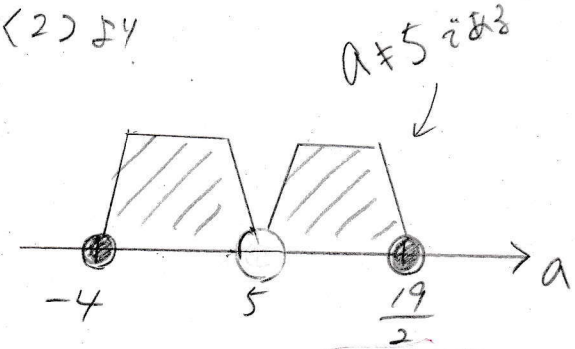
$a \leqq \frac{19}{2}$

$a>5$ のときだから…



$5<a \leqq \frac{19}{2}$

<1><2>より



$-4 \leqq a<5$

[答] $5<a \leqq \frac{19}{2}$

(3) ①・②ともに満たす整数解が1つだけ存在するような a の値の範囲を求めよ。

<解説・解答>

① $x<-2$, $5<x$ （$a \neq 5$）

② $a<5$ のとき $\frac{2a-1}{3}<x<3$

$a>5$ のとき $3<x<\frac{2a-1}{3}$

→ 整数解が1つだけ存在するように…

<手順1> 数直線を書く

<手順2> $\frac{2a-1}{3}$ の配置を決める

<手順3> 不等号の精査（$<$ or $\leqq$）をする

↑(2)と同様に、場合分けして行う

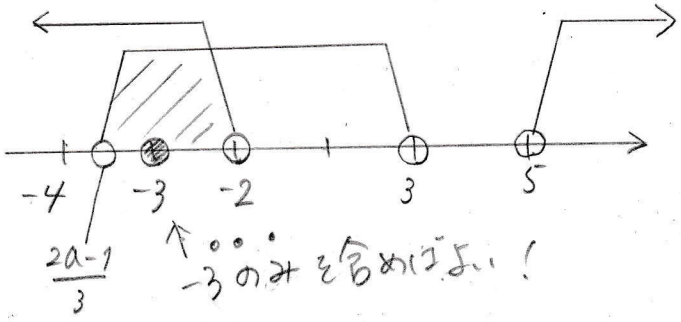
（$a<5$ と $a>5$）

<1> $a<5$ のとき

<手順1> 数直線を書く

① $x<-2$, $5<x$

② $\frac{2a-1}{3}<x<3$



<手順2> $\frac{2a-1}{3}$ の両配置を決める ⑤

$$-4 < \frac{2a-1}{3} < -3$$

① ②

<手順3> 不等号の精査（$<$ or $\leqq$）をする

※①と②を別々に…

① $-4 < \frac{2a-1}{3}$

$-4 \leqq \frac{2a-1}{3}$

← どちらが正しいか!? を調べる

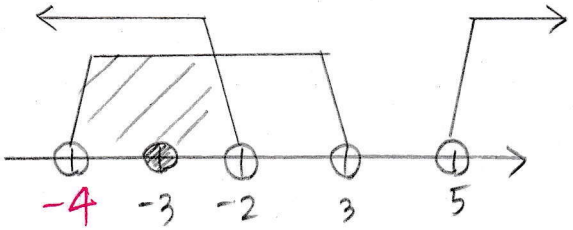
調べ方 $-4 = \frac{2a-1}{3}$ aとき条件を満たすか!?

（-3のみ含むこと）

$\frac{2a-1}{3} < x < 3$

↑ -4を代入

$-4 < x < 3$ 条件満たすか?



↑ 条件を満たしている!（-3のみ）

＝ 条件適合!

$-4 = \frac{2a-1}{3}$ は満たす!

$\therefore -4 \leqq \frac{2a-1}{3}$

② $\frac{2a-1}{3} < -3$

$\frac{2a-1}{3} < -3$

$\frac{2a-1}{3} \leqq -3$

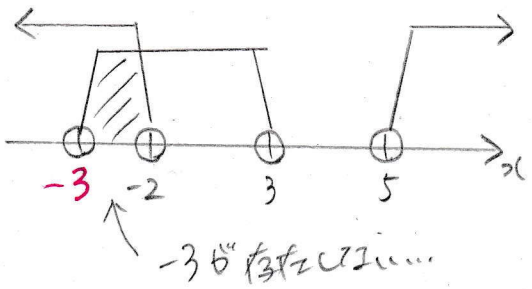
← どちらが正しいか調べる

調べ方 $\frac{2a-1}{3} = -3$ aとき条件満たすが

$\frac{2a-1}{3} < x < 3$

↑ -3を代入

$-3 < x < 3$



-3が存在しない…

$\frac{2a-1}{3} = -3$ は満たさない

$\therefore \frac{2a-1}{3} < -3$ が適する

①②より

$-4 \leqq \frac{2a-1}{3} < -3$

aを解く

$-\frac{11}{2} \leqq a < -4$

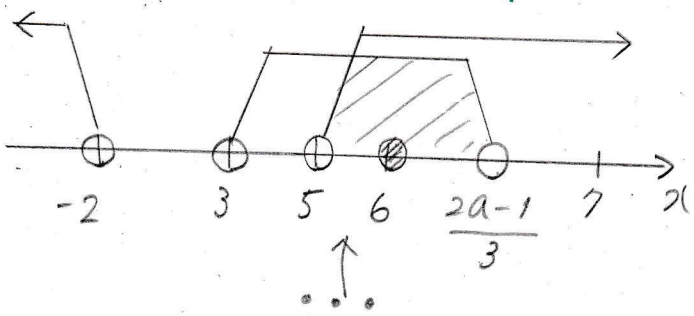
← $a<5$ のとき という条件に適する

〈2〉 $a>5$ のとき

〈手順1〉数直線を書く

① $x<-2,\ 5<x$

② $3<x<\frac{2a-1}{3}$



6のみを含めばよい

〈手順2〉$\frac{2a-1}{3}$ の配置を決める

$$6<\underset{③}{\frac{2a-1}{3}}<\underset{④}{7}$$

〈手順3〉不等号の精査($<$ or $\leqq$)をする

※③と④を別々に…

③
$6<\frac{2a-1}{3}$
$6\leqq\frac{2a-1}{3}$
← どちらが正しいかを調べる

調べ方

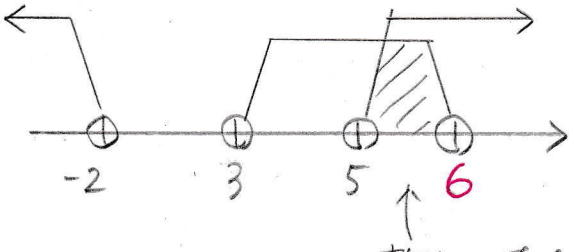
$6=\frac{2a-1}{3}$ のとき条件を満たすか!?

(6のみ含むこと)

$3<x<\frac{2a-1}{3}$ ← 6を代入

$3<x<6$

条件を満たすか?



整数が存在しない!

$6=\frac{2a-1}{3}$ は適さず

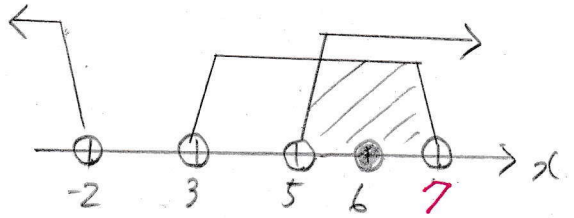
$\therefore\ 6<\frac{2a-1}{3}$ …③

④
$\frac{2a-1}{3}<7$
$\frac{2a-1}{3}\leqq 7$
← どちらが正しいか調べる

調べ方 $\frac{2a-1}{3}=7$ が条件を満たすか

$3<x<\frac{2a-1}{3}$ ← 7を代入

$3<x<7$ 条件満たすか!?



6のみを含む
=
条件適合!!

$\frac{2a-1}{3}=7$ は満たす!

$\therefore\ \frac{2a-1}{3}\leqq 7$ …④

③, ④ より

$$6 < \frac{2a-1}{3} \leqq 7$$

$$\frac{19}{2} < a \leqq 11 \quad \cdots \langle 2 \rangle$$

これは $a < 5$ を満たす。

$\langle 1 \rangle \langle 2 \rangle$ より

$$-\frac{11}{2} \leqq a < -4$$

$$\frac{19}{2} < a \leqq 11$$

[答] $-\frac{11}{2} \leqq a < -4$

$$\frac{19}{2} < a \leqq 11$$