[1]（2次関数）2つの2次関数
$y=x^2-mx+4$ と $y=x^2-6x+m$
のグラフがあり、ともにx軸と異なる
2点で交わるものとする。

(1) 定数mの値の範囲を求めよ。

＜解説・解答＞

2つの関数が「ともにx軸と異なる2点で交わる」から…

$\begin{cases} y=x^2-mx+4 \\ y=0 \leftarrow x\text{軸} \end{cases}$ $\begin{cases} y=x^2-6x+m \\ y=0 \leftarrow x\text{軸} \end{cases}$

$x^2-mx+4=0$ $x^2-6x+m=0$

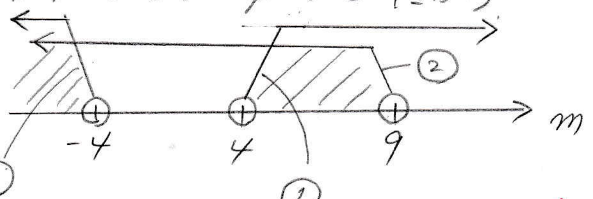
これらの式が異なる2つの解を持てばよい
⇓
判別式 >0

$D_1=m^2-16>0$ $\frac{D_2}{4}=9-m>0$

$(m+4)(m-4)>0$ $m<9$ ②

$m<-4,\ 4<m$
①

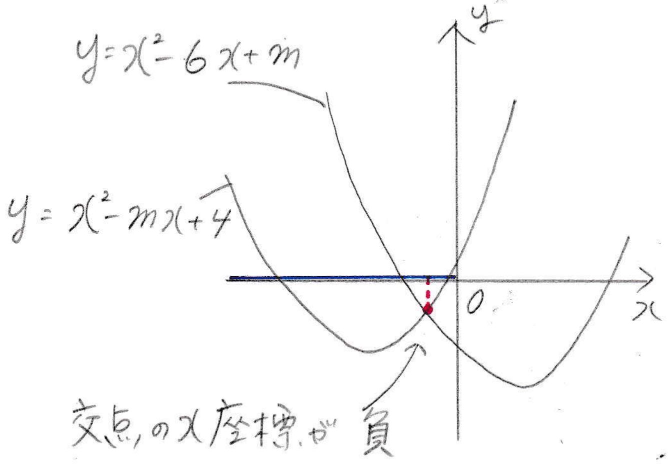
$D_1>0$ かつ $\frac{D_2}{4}>0$ だから



[答] $m<-4,\ 4<m<9$

(2) (1)の範囲で2つのグラフが互いに交わるとき、交点のx座標が負の値となるような定数mの値の範囲を求めよ。

＜解説・解答＞



$y=x^2-6x+m$
$y=x^2-mx+4$

交点の座標を求めるから…

$x^2-6x+m=x^2-mx+4$

$(m-6)x=4-m$
↓
$(m-6)$を右辺に移項したいが…

① $m-6\neq 0$

② $m-6=0$

に場合分けして解く。 重要！

① $m-6 \neq 0$ のとき	$m \neq 6$ のとき

$$(m-6)x = 4-m$$

両辺を $(m-6)$ で割る

$$x = \frac{4-m}{m-6}$$

このx座標が負の値となるから、

$$x = \frac{4-m}{m-6} < 0$$

分母の $(m-6)$ をはらう

重要!

不等式だから $(m-6)$ の符号に注!

Ⓐ $m-6>0$

Ⓑ $m-6<0$

Ⓐ $m-6>0$ のとき ⇒ $m>6$ のとき

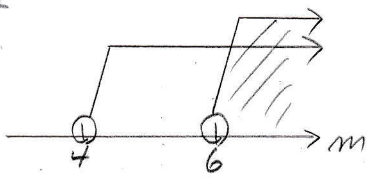
$$\frac{4-m}{m-6} < 0$$

← 両辺に $(m-6)$ をかける

$$4-m < 0$$

$m-6>0$ だから、不等号変わらず

$$m > 4$$



∴ $m>6$

Ⓑ $m-6<0$ のとき $m<6$ のとき

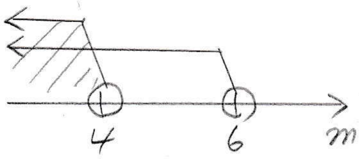
$$\frac{4-m}{m-6} < 0$$

← 両辺に $(m-6)$ をかける

$$4-m > 0$$

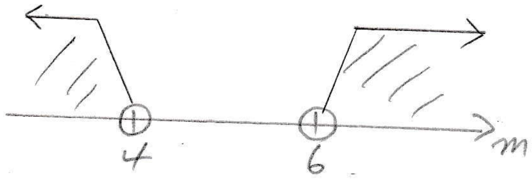
$m-6<0$ より不等号逆転!

$$m < 4$$



∴ $m<4$

Ⓐ, Ⓑより



∴ $m<4$, $6<m$

② $m-6=0$ のとき → $m=6$ のとき

$$(m-6)x = 4-m$$

$m=6$ を代入

$$0 = 4-m$$

$$m = 4$$

∴ $m=6$ のとき $m=4$

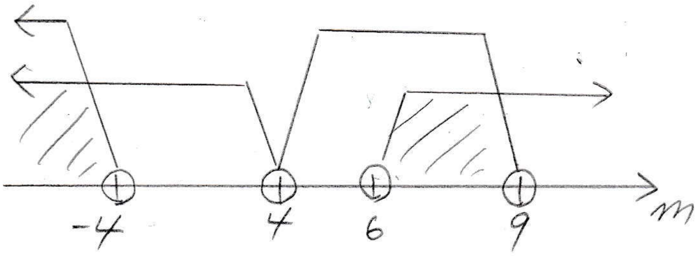
したがって、②を満たす m の値はない。

①, ② より

$m<4,\ 6<m$

また、(1)の範囲のときだから

$m<-4,\ 4<m<9$ …(1)



∴ $m<-4,\ 6<m<9$

[答] $m<-4,\ 6<m<9$

[2] (確率) あたりくじとハズレくじが5本ずつ計10本入った箱がある。あたりくじを引いたときはくじを戻さないが、ハズレくじを引いたときは、くじを箱に戻すものとする。A君が何回かくじを引くとき、次の確率を求めよ。

(1) 2回目にあたりを引く確率

＜解説・解答＞

「2回目にあたりを引く」のは…

① 1回目あ → 2回目あ

② 1回目ハ

の2パターンがある。

それぞれの確率を出し、加える

(和事象) ← 同時に起こらないから…

① 1回目あたり

$$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

2回目あたり

$$\frac{4}{9}$$

あたりを引いたらくじを戻さない

これらは同時に起こるから 積事象

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{9}=\frac{2}{9} \cdots ①$$

② 1回目ハズレ

$$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

2回目ハズレ

$$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

ハズレを引いたらくじを戻す

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4} \cdots ②$$

これらは同時に起こらないから和事象

① + ②

$$\frac{2}{9}+\frac{1}{4}=\frac{17}{36}$$

[答] $\frac{17}{36}$

(2) 2回目と3回目がともにあたりを引く確率

<解説・解答>

「2回目と3回目がともにあたり」は…

① 1回目あ → 2回目あ → 3回目あ

② 1回目ハ → 2回目あ → 3回目あ

の2パターンがある。

① 1回目あたり $\frac{1}{2}$

2回目あたり $\frac{4}{9}$

3回目あたり

$\frac{3}{8}$ ← あたりは残り3本。
← くじは残り8本

積事象

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}=\frac{1}{12} \cdots ①$$

② 1回目ハズレ $\frac{1}{2}$

2回目あたり $\frac{1}{2}$

3回目あたり

$\frac{4}{9}$ ← あたりは残り4本
← くじは残り9本

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{9}=\frac{1}{9}\cdots②$$

①と②は同時に起こらないから

和事象

$$\frac{1}{12}+\frac{1}{9}=\frac{7}{36}$$

[答] $\frac{7}{36}$

(3) 3回目にあたりを引いたとき、2回目にあたりを引いていた条件付確率を求めよ。

<解説・解答>

条件付確率の求め方

条件付確率 ($P_A(B)$)

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

$P(A)$ = 事象Aが起こる確率

$P(A\cap B)$ = 事象Aと事象Bが同時に起こる確率

問題文

事象A 事象B

「○○○のとき、△△△の条件付確率を求めよ。」

事象A

「3回目にあたりを引いたとき、2回目にあたりを引いていた条件付確率を求めよ。」

事象B

$P(A)$ = 3回目にあたりを引いた確率

$P(A\cap B)$ = 2回目と3回目ともにあたりを引いた確率

① P(A)=3回目にあたりを引いた確率

A 1回目(あ)→2回目(あ)→3回目(あ)
B 1回目(ハ)
C 1回目(あ)→2回目(ハ)
D 1回目(ハ)

の4パターンがある。

A+B は(2)で求めた

$$\frac{7}{36} \cdots A+B$$

C 1回目(あ)→2回目(ハ)→3回目(あ)

1回目あたり

$$\frac{1}{2}$$

2回目ハズレ

$$\frac{5}{9}$$

3回目あたり

$$\frac{4}{9}$$

← あたりは4本
← くじは残り9本

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{9}=\frac{10}{81} \cdots C$$

D 1回目(ハ)→2回目(ハ)→3回目(あ)

1回目ハズレ

$$\frac{1}{2}$$

2回目ハズレ

$$\frac{1}{2}$$

3回目あたり

$$\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8} \cdots D$$

C+D

$$\frac{10}{81}+\frac{1}{8}=\frac{161}{648} \cdots C+D$$

A+B+C+D 同時に起こらないから

和事象

$$\frac{7}{36}+\frac{161}{648}$$

$$=\frac{287}{648} \cdots P(A)$$

② $P(A \cap B)$ = 2回目と3回目ともにあたりをういた確率

Ⓐ 1回目あ → 2回目あ → 3回目あ

Ⓑ 1回目ハ → 2回目

$$Ⓐ + Ⓑ = \frac{7}{36} \cdots P(A \cap B)$$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= \frac{\frac{7}{36}}{\frac{287}{648}}$$

$$= \frac{\cancel{126}^{18}}{\cancel{287}_{41}}$$

$$= \frac{18}{41}$$ //

$$[答] \quad \frac{18}{41}$$