

[問題] ある学校で英語、国語、数学の試験を100人の生徒が受けた。

各教科の合格者の人数は下の表の通りである。

英語	国語	数学	英&国	英&数	国&数	全教科
81人	77人	72人	65人	63人	58人	52人

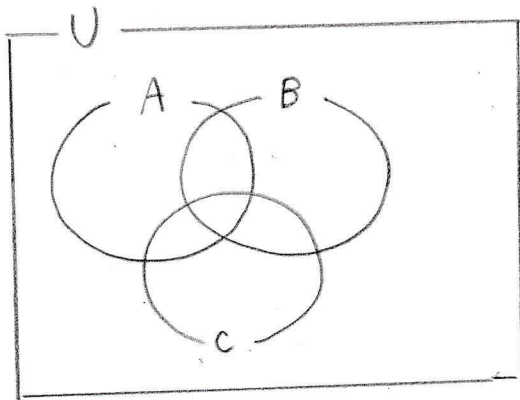
(1) 数学だけ不合格だった者は何人か。

各合格者の人数を以下のように設定する。

$n(A)$  = 英語,  $n(B)$  = 国語,

$n(C)$  = 数学

次にベン図を表してみよう



$n(U)$  = 全受験者 (100人)

上の表の結果を集合で表してみよう

$n(A) = 81, n(B) = 77, n(C) = 72$   
 $n(A \cap B) = 65, n(A \cap C) = 63$   
 $n(B \cap C) = 58, n(A \cap B \cap C) = 52$

である。

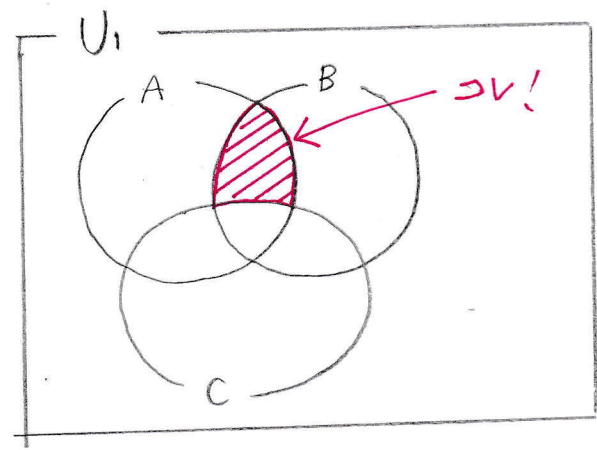
求めたいのは、「数学だけ不合格だった者」の数なので...

集合で表すと...

$n\{((A \cap B) \cap \bar{C})\}$  である。

ちよとわかりにくいよねw

ベン図で表すと...



英語と国語は合格して、数学は合格していないから、だよね!

これが...

$$\frac{n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C)}{\text{求めたいほう}}$$

$$\therefore 65 - 52 = \underline{\underline{13}}$$

[答] 13人

(2) | 教科だけ合格した者は何人

か。

<解説・解答>

右のベン図の赤の部分が、求めたい人数だ!

$n(A \cup B \cup C)$  から、青の部分

$n\{(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)\}$

を引けば求められる!!

①

$n(A \cup B \cup C)$  を求める。

$n(A \cup B \cup C)$

$= n(A) + n(B) + n(C)$

$- n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$

$+ n(A \cap B \cap C)$

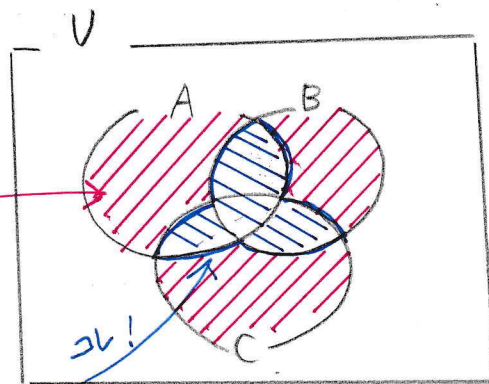
$= 81 + 77 + 72 - 65 - 63 - 58 + 52$

$= 96$  ... ①

> ②

$n\{(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)\}$

を求める。



$n(A) = 81, n(B) = 77, n(C) = 72$

$n(A \cap B) = 65, n(A \cap C) = 63$

$n(B \cap C) = 58, n(A \cap B \cap C) = 52$

$n\{(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)\}$

$= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(A \cap C)$

$- n(A \cap B \cap C) \times 2$

$= 65 + 63 + 58 - 52 \times 2$

$= 82$  ... ②

① - ②

$= 96 - 82$

$= 14$  ... (答)

[答] 14人

(3) 少なくとも1教科に合格した者だけが社会の試験を受験した。  
各試験の合格者の人数は以下の通りである。

英&社	国&社	数&社	英&国 &社	英&数 &社	数&国 &社	全教科
58人	62人	56人	40人	37人	?人	22人

なお、社会の不合格者は15人であった。数学と国語と社会  
だけを合格したのは40人か。

<解説・解答>

ベン図の書き方に工夫があるね!

$$n(U) = \text{全受験者}$$

社会的受験者

と考えることができる

そこから...

$$n(D) = \text{英語と社会の合格者}$$

$$n(E) = \text{国語と社会の合格者}$$

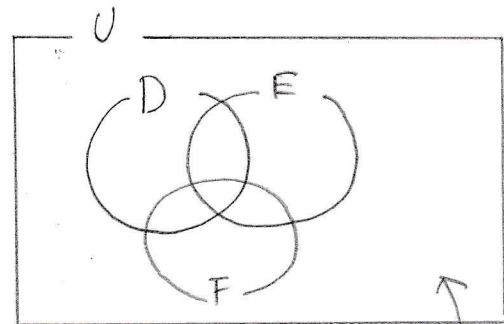
$$n(F) = \text{数学と社会の合格者}$$

$$n(D \cap E) = \text{英と国と社の合格者}$$

$$n(D \cap F) = \text{英と数と社の合格者}$$

$$n(E \cap F) = \text{国と数と社の合格者}$$

$$n(D \cap E \cap F) = \text{全教科の合格者}$$



このことから、

$$n(\overline{D \cup E \cup F})$$

が「社会の不合格者」と考えることができる!

(理由)

全受験生は「英or数or国」のどれかには必ず受けているから、社会に合格した時点で、D or E or F に必ず入る。

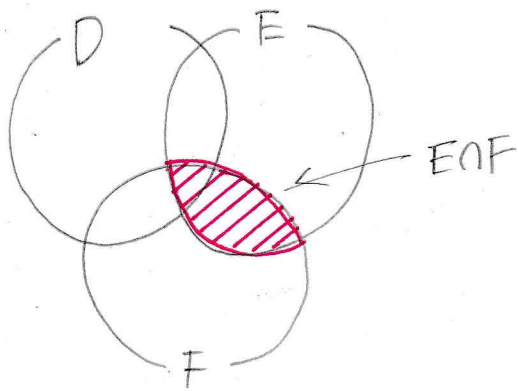
入っていないということは、必然的に「社会も受けていない」ということになる。

$$\therefore n(\overline{D \cup E \cup F}) = 15$$

求めたい「数&国&社」の合格者

は...  $n(E \cap F)$  である。

この部分!



しかし、 $n(ENF)$ には、「英語の合格者」も入っているから、それを除きたい。

$$n\{(ENF) \cap \bar{D}\}$$

$$\rightarrow \underline{n(ENF) - n(D \cap ENF)}$$

を求めたい。

まず ①  $n(ENF)$  を求めよう。

← (??)

$$n(D \cup E \cup F)$$

$$= n(D) + n(E) + n(F)$$

$$- n(D \cap E) - n(D \cap F) - n(ENF)$$

$$+ n(D \cap ENF) \leftarrow 22$$

$n(D \cup E \cup F)$  を求めよう ←

$$n(U_2) - n(\overline{D \cup E \cup F})$$

$$= 96 - 15 = 81$$

$$81$$

$$= 58 + 62 + 56 - 40 - 37 - n(ENF)$$

$$+ 22$$

$$81 = 121 - n(ENF)$$

$$\underline{n(ENF) = 40}$$

$$\therefore \text{よって、} \underline{n(D \cap ENF) = 22}$$

$$40 - 22$$

$$= 18$$

[答] 18人