

[問題] 1個のサイコロを投げ、1または2が出れば、北に1区画進む。その他の目が出れば、東に1区画進む。指す通りに進めないときは、その場にとどまる。

(1) A地点からB地点まで最短で行く道順は全部で何通りあるか。

<解説・解答>

最短でA → Bへ行けるためには、

例えは

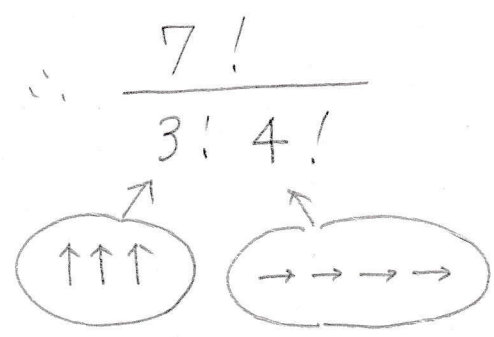
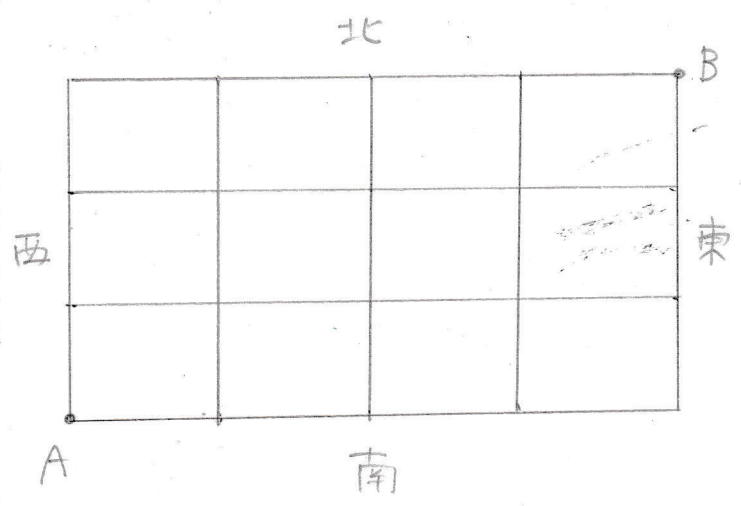
↑ → ↑ → → ↑ →  
 → → → ↑ ↑ → ↑  
 ↑ ↑ ↑ → → → →  
 など

↑ を 3回  
 → を 4回

→ 合計7つの組み合わせが最短

この組み合わせである。

したがって、この7本の矢印の並びが総数を計算すればよいことがわかる。



同じものを含む順列だから...

$$= 7C_3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

= 35

[答] 35通り

(2) サイコロを7回投げるとき、B地点、  
に到達する確率を求めよ。

<解説・解答>

(1)で見たように、

最短経路 = 7区画の移動  
であった。

「サイコロを7回投げる」だから、

言いかえは、「最短経路でB地点

に到達する確率を求めよ。」


ということである。

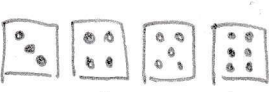
「最短経路」の進み方

↑ × 3本

→ × 4本

の並びかえで表すことができる

↑ =  確率は  $\frac{1}{3}$

→ =  確率は  $\frac{2}{3}$

$${}^7C_3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

 反復試行  
の計算法  
と同じ

↑  
"1" と "2" の並びかえの計算

$$= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{27} \cdot \frac{16}{81}$$

$$= \frac{560}{2187} \quad \dots (\text{答})$$

[答]  $\frac{560}{2187}$

(3) サイコロを8回投げると、8回目に初めてB地点に到達する確率を求めよ。

<解説・解答>

- ① 1, 2が出れば、北に1区画進む
- ② 3~6が出れば、東に1区画進む
- ③ 指示通り進めないと、その場にとどまる。

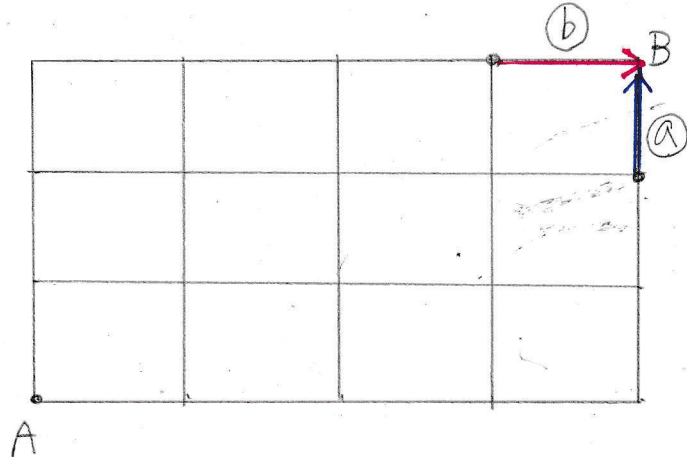
8回目に初めてB地点に到達する

ためには、

③が1回起る

必要がある。

どのようなタイミングで、どのような目の出方を  
するのかが、考えてみよう。

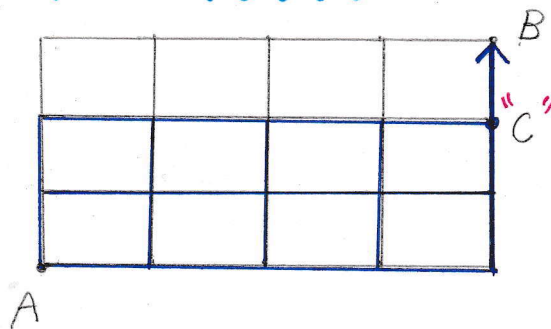


① 8回目に 1 or 2 が出て、  
Bに到達。

② 8回目に 3~6 が出て  
Bに到達

に場合分けして計算するのがよい。  
↑ 別々に分けること、正しい組み合わせが  
出せないぞ! なぜかな?

① 8回目に 1 or 2 が出て Bに到達



A → "C" → B と進む。

このとき、A → C に進む課程で、

↑ 1 or 2 が 2回

→ 3~6 が 5回

出しはよい!

そのとき、 $\textcircled{C}$ 「その場にとどまる」  
が必ず1回起ることになるね!

では、計算しよう

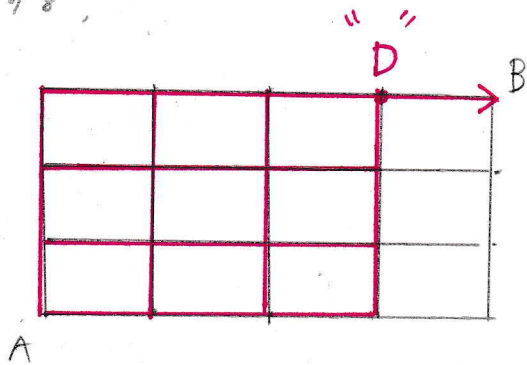
$${}^7C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \frac{1}{3}$$

↑                      ↑  
A → C に進む確率      C → B

$$= \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{32}{243} \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{224}{2187} \dots \textcircled{a}$$

$\textcircled{b}$  8回目は3~6が出ると B に到着する



$A \rightarrow D \rightarrow B$  と進む

このとき、 $A \rightarrow D$  に進む課程で

1 or 2 が  $4$  回

3 ~ 6 が  $3$  回

1回この場にとどまる  
が達成!

$${}^7C_3 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}$$

↑                      ↑                      ↑  
A → D                                           D → B

$$= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{81} \cdot \frac{8}{27} \cdot \frac{2}{3}$$

$$= \frac{560}{6561} \dots \textcircled{b}$$

$\textcircled{a}$  と  $\textcircled{b}$  は互いに排反だから

$$\frac{224}{2187} + \frac{560}{6561}$$

$$= \frac{672 + 560}{6561}$$

$$= \frac{1232}{6561}$$

[答]  $\frac{1232}{6561}$