(1) $(a-1)^3(a+1)^3(a^2+1)^3$ を展開して計算すると $\boxed{ア}$ である。

＜解説・解答＞

$$(a-1)^3(a+1)^3(a^2+1)^3$$

$$=\{(a-1)(a+1)(a^2+1)\}^3$$

$$=\{(a^2-1)(a^2+1)\}^3$$

$$=(a^4-1)^3$$

$$=(a^4)^3-3(a^4)^2\cdot1+3a^4\cdot1^2-1^3$$

$$=a^{12}-3a^8+3a^4-1$$

[答] $a^{12}-3a^8+3a^4-1$

(2) $(a^2-c^2)(b^2-1)-4abc$ を因数分解すると $\boxed{イ}$ である。

＜解説・解答＞

(与式)

$$=a^2b^2-a^2-b^2c^2+c^2-4abc$$

項の多い因数分解（＝4項以上）の鉄則

☆それぞれの文字の最高次数に着目

① 最高次数がすべて同じである場合

⇒いずれかの文字を選んで、降べきの順で並べる

② 最高次数が異なる文字がある場合

⇒最高次数が最も低い文字でまとめる

今回は、

a…2次，b…2次，c…2次

全て同じだから…①の解法

「いずれかの文字を選んで降べきの順」

↓

aを選んでみる

$$(b^2-1)a^2-4bca-b^2c^2+c^2$$

↑ aの2次式として因数分解する。

$= (b+1)(b-1)a^2 - 4bca - c^2(b^2-1)$

$= (b+1)(b-1)a^2 - 4bca - c^2(b+1)(b-1)$

たすきかけをしよう

$$\begin{array}{lll} b+1 & c(b-1) & -c(b^2-2b+1) \\ b-1 & -c(b+1) & -c(-b^2-2b-1) \\ \hline & & -4bc \end{array}$$

$= \{(b+1)a + c(b-1)\}\{(b-1)a - c(b+1)\}$

$= (ab+a+bc-c)(ab-a-bc-c)$

$\boxed{[答]\ (ab+a+bc-c)(ab-a-bc-c)}$

<別解>

$a^2b^2 - a^2 - b^2c^2 + c^2 - 4abc$

$= a^2b^2 - 2abc + c^2 - b^2c^2 - 2abc - a^2$

$= (ab-c)^2 - (b^2c^2 + 2abc + a^2)$

$= (ab-c)^2 - (bc+a)^2$

$ab-c = X$, $bc+a = Y$ とおく

$= X^2 - Y^2$

$= (X+Y)(X-Y)$

$= (ab-c+bc+a)(ab-c-bc-a)$

(3) 関数 $f(x)=-2x^2+4(m-1)x-3m+1$ の最大値が正であり，$f(x)$ のグラフが y 軸の負の部分と交わるような定数 m の値の範囲を求めると，$\boxed{ウ}$ である。

〈解説・解答〉

Ⓐ 最大値が正である

Ⓑ グラフが y 軸の負の部分と交わる

それぞれの条件を立式する。

Ⓐ 最大値が正である

$$f(x)=-2x^2+4(m-1)x-3m+1$$

$$=-2\{x^2-2(m-1)x\}-3m+1$$

$$=-2\{x^2-2(m-1)x+(m-1)^2-(m-1)^2\}-3m+1$$

$$=-2\{x-(m-1)\}^2+2(m-1)^2-3m+1$$

$$=-2\{x-(m-1)\}^2+2m^2-7m+3$$

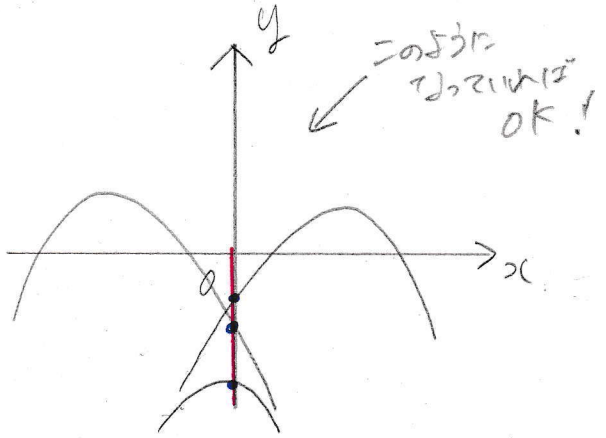
軸 $x=m-1$，最大値 $2m^2-7m+3$

$\therefore 2m^2-7m+3>0$

$(2m-1)(m-3)>0$

$m<\frac{1}{2},\ 3<m$ …Ⓐ

Ⓑ グラフが y 軸の負の部分と交わる。



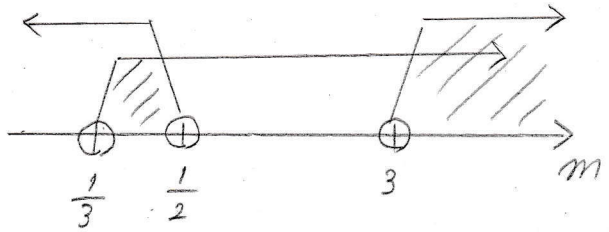
$f(0)<0$ が成り立てばOKだ!

↑ $x=0$ のときの y の値…つまり切片の値だ。

$\therefore f(0)=-3m+1<0$

$m>\frac{1}{3}$ …Ⓑ

Ⓐ かつ Ⓑ が成り立てばよいから…

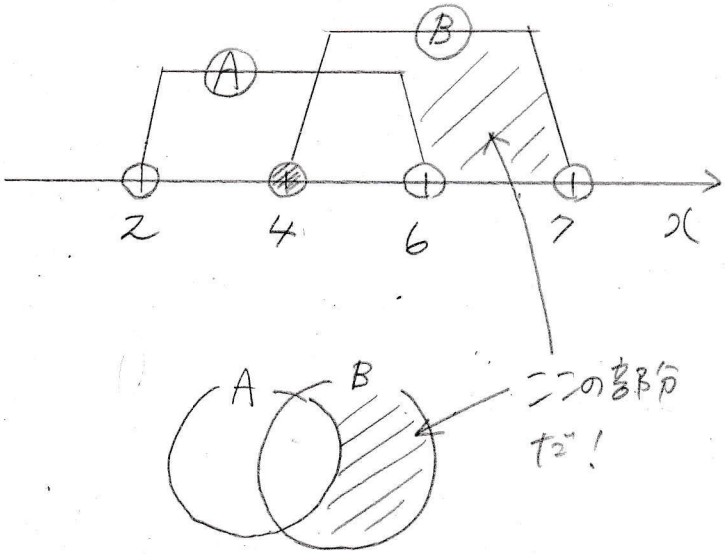


$\therefore \frac{1}{3}<m<\frac{1}{2},\ 3<m$

[答] $\frac{1}{3}<m<\frac{1}{2},\ 3<m$

(4) $U=\{x \mid 0 \leqq x \leqq 10\}$ を全体集合とする。$A=\{x \mid 2<x<6\}$, $B=\{x \mid 4 \leqq x<7\}$ のとき、$\overline{A} \cap B$ $=$ $\boxed{\text{I}}$ である。

＜解説・解答＞



よって、答えは…

$\overline{A} \cap B=\{x \mid 6 \leqq x<7\}$

である。

$6 \leqq x<7$

ここにイコールがつく理由はわかるだろうか。

$\overline{A} \cap B$ は、$\overline{A}$ と B の共通部分である。$A=\{x \mid 2<x<6\}$ で

6を含んでいない。したがって、6は $\overline{A}$ 内に含まれることになる。

また、6は B にも含まれている。

したがって、$\overline{A} \cap B$ に6は含まれることになる。

[答] $\{x \mid 6 \leqq x<7\}$

(5) 長いから省略

＜解説・解答＞

1日目	合計13回
2日目	
3日目	4日目より −2
4日目	
5日目	4日目より +1

Ⓐ 3日目と4日目の合計を3倍すると、5つの日の合計の2倍より多い。

Ⓑ 5日間の平均は、8回に達しなかった。

↑

上の表をよく見ると…

4日目をxとするのがよさげ。

1日目	合計13回
2日目	
3日目	$x-2$
4日目	x
5日目	$x+1$

このとき Ⓐ, Ⓑ を立式しよう。

Ⓐ $(x-2+x)\times 3 > (13+x+1)\times 2$

Ⓑ $\dfrac{13+x-2+x+x+1}{5} < 8$

Ⓐ $3(2x-2) > 2(x+14)$

$6x-6 > 2x+28$

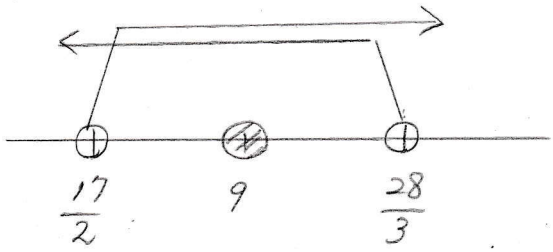
$x > \dfrac{17}{2}\ (8\frac{1}{2})$

Ⓑ $\dfrac{3x+12}{5} < 8$

$3x+12 < 40$

$x < \dfrac{28}{3}\ (9\frac{1}{3})$

Ⓐかつ Ⓑ より



∴ 4日目は9回

5回の平均は Ⓑより

$$\frac{3x+12}{5}$$

$$= \frac{3\times 9+12}{5}$$

$$= \frac{39}{5}$$

[答] $\frac{39}{5}$ (7.8) 回